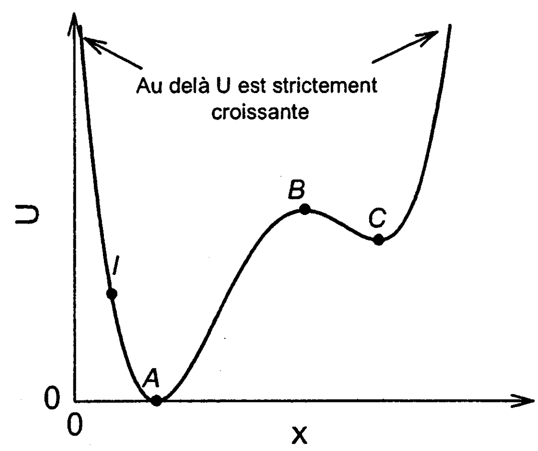
Université François Rabelais
Département de Physique

Année 2007/2008
L2 SM

Mécanique
Jeudi 22 novembre — Durée 1h30

Exercice 1

Un point matriel P de masse m se déplace sur l'axe Ox et son énergie potentielle $U(x)$ est donnée par la fonction représentée sur la figure . On néglige tout type de force autre que celle dérivant de $U(x)$. À l'instant initial, le point P se trouve en $x(I)$ avec la vitesse v_0; son énergie cinétique est alors $\frac{1}{2}m\,v_0^2 = E_m - U(I)$ où E_m est l'énergie mécanique.



Dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

a) Si P se dirige vers $x(A)$ alors son énergie mécanique diminue.

b) Il y a 3 positions d'équilibre dont 2 stables.

c) I est une position d'équilibre (éventuellement instable) si l'on choisit $v_0 = 0$.

d) Pour que P atteigne $x(A)$ il faut et il suffit que $v_0 > 0$.

e) Si $E_m < U(B)$, alors P n'atteind pas $x(C)$.

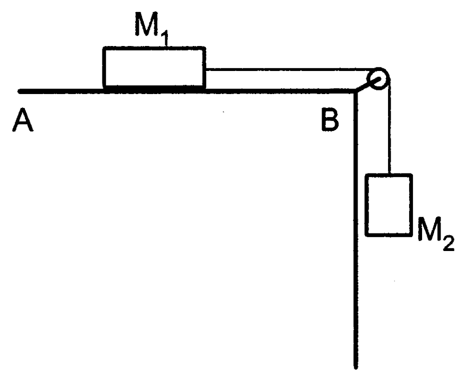
f) Pour que P atteigne $x(B)$ avec une vitesse nulle il faut et il suffit que $E_m = U(B)$.

Exercice 2

Sur la figure, AB est un support horizontal sur lequel la masse M_1 se déplace sans frottement et la masses M_2 est reliée à M_1 par un fil inextensible de masse négligeable passant sans friction dans la gorge d'une poulie de masse négligeable.

a) Établir l'équation fondamentale de la dynamique pour chacune des deux masses.

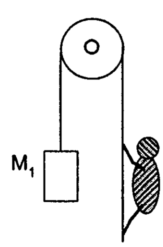
b) Calculer l'accélération de la masse M_2



Exercice 3

Une masse M_1 est suspendue à l'extrémité d'une corde de masse négligeable passant sans frottement dans la gorge d'une poulie fixe de masse négligeable. Un singe de masse m grimpe le long de l'autre extrémité de la corde de telle façon que son accélération par rapport à la poulie fixe soit a.

1. Établir l'équation fondamentale de la dynamique pour $M1$ et pour m.
2. Calculer l'accélération a_1 de la masse M_1.
3. Dans le cas où $M_1 = m$, décrire le mouvement de M_1.



Exercice 4

On considre une particule ponctuelle M de masse m se déplacant dans le plan xOy. Son énergie potentielle est donnée par:

$$U(x, y) = \frac{1}{2}\, m\omega_1^2\, x^2 + \frac{1}{2}\, m\omega_2^2\, y^2$$

où ω_1 et ω_2 sont deux paramètres réels positifs. On néglige tout type de force autre que celle dérivant de $U(x, y)$. À l'instant initial $t = 0$, la position et la vitesse de la particule sont respectivement données par les vecteurs $\vec{r}(0) = x_0\, \vec{i}$ et $\vec{v}(0) = v_0\, \vec{j}$.

1. Calculer la force $\vec{F}$ agissant sur M.
2. Établir les équations différentielles décrivant le mouvement de M. Écrire les conditions initiales.
3. Déterminer la solution des équations différe ntielles précédantes.
4. Déduire l'expression de la position $\vec{r}(t)$ de la particule à un instant t quelconque.
5. On considère le cas où $\omega_1 = \omega_2$. Quelle est la trajectoire de M ? Représenter cette trajectoire dans le plan xOy.

On rappelle que l'équation différentielle $\frac{d^2f}{dt} + \omega^2 f = 0$ a deux solutions indépendantes : $cos\omega t$ et $sin\omega t$; d'où sa solution générale

$$f(t) = \alpha\, cos\omega t + \beta\, sin\omega t$$

où α et β sont deux paramètres constants définis par les conditions initiales.